

# 建中校內第三次模擬賽題解

hansonyu123, Yihda Yol

沒時間一個一個subtask寫了

兩個比賽擠在一起太忙了XD

# 因數元素 Subtask 1

- 暴力枚舉  $O(QN^2)$ 
  - TLE 11分
  - 這個subtask沒拿到一定是你的問題

## 因數元素 Subtask 2

- 區間內所有數gcd如果等於其中某個數，代表有因數元素。
- 暴力枚舉  $O(Q(N + \lg C)) \leftarrow$  gcd有複雜度
- TLE 24分
  - 這個subtask沒拿到還是你的問題
- 另解：區間所有數min如果可以整除其中所有的數，代表有因數元素。
- 複雜度變成 $O(QN)$ 。

# 因數元素 Subtask 3, 4

- 合併剛才兩個解！
- 區間內所有數gcd如果等於區間內所有數的最小值，代表有因數元素。
- 線段樹  $O(N + Q (\lg N + \lg C))$ 
  - TLE 51分
- 換成sparse table  $O(N (\lg N + \lg C) + Q \lg C)$ 
  - TLE 74 / AC

# 因數元素 Subtask 3

- 拜託不要線段樹中毒了w

```
int query(int L, int R) {  
    int num = q(0, n - 1, L, R - 1, 1);  
    for (int i = L; i < R; ++i) if (a[i] == num) return 1;  
    return 0;  
}
```

←  $O(\lg N \lg C)$

←  $O(N)$

```
int query(int L, int R) {  
    int minnum = find_min(0, len - 1, L, R - 1, 1);  
    for(int i = L; i < R; i++) {  
        if(nums[i] % minnum != 0) return 0;  
    }  
    return 1;  
}
```

←  $O(\lg N)$

←  $O(N)$

# 因數元素

- 判斷 $\gcd(a,b)$ 有沒有等於 $c$  ( $a \geq b \geq c$ ) :
- $b$ 整除 $a$ 且 $b=c$
- $O(N(\lg N + \lg C) + Q)$   
– AC
- 另解：只要開 $\gcd$ 的sparse table，外加記錄每個區間存不存在答案。這樣可以壓一點空間。

# 俄羅斯娃娃—未完 Subtask 1

- 暴力枚舉
  - TLE 8分
  - 這個subtask沒拿到一定是你的問題

# 俄羅斯娃娃—未完 Subtask 2

- 使用分治法
- 先將所有俄羅斯娃娃依高排序，複雜度 $O(n \lg n)$
- 將俄羅斯娃娃依高分成前後兩半，分別計算答案(分)
- 合併答案時把兩半的俄羅斯娃娃依寬排序後，利用雙指標維護前綴 $h*w$ 即可以 $O(n)$ 算出多的答案(治)，共 $O(N \lg N)$
- $T(N) = 2T(N/2) + O(N \lg N)$ ， $\Rightarrow T(N) = O(N \lg^2 N)$
- TLE 54分



# 俄羅斯娃娃—未完

- TLE原因：合併時複雜度太高了
- 複雜度來源：sort
- 在合併問題的同時執行merge sort，將合併問題的時間縮短為 $O(N)$
- $T(N) = 2T(N/2) + O(N)$ ,  $T(N) = O(N \lg N)$
- AC

# 俄羅斯娃娃—未完 另解

- 將其中一個維度排序之後，把他當作「時間」
  - 「後到」的俄羅斯娃娃對之前的俄羅斯娃娃所做的總貢獻沒有任何影響
- 利用BIT處理「另一個維度在a以下的俄羅斯娃娃的h\*w之和以及個數」以便計算答案
  - 當然需要離散化
- 複雜度 $O(N \lg N)$
- 此為將n維中的其中一維視為時間，使題目變為n-1維的手法。俄羅斯娃娃一題亦同。

# 愛蜜利雅的作業2

- 附中校隊題
- Subtask 1暴力，TLE 5分。
- Subtask 2可直接sparse table或線段樹，WA / TLE 10分。
- Subtask 3是單點修改，線段樹 WA / TLE 25分。
- 併起來就有30分了

# 愛蜜利雅的作業2

- 區間加值=>想到懶人標
- 千萬千萬不要線段樹中毒了ww
- 複習：懶人標的三個條件
  - 1. 把一個拆成兩個 -> ok
  - 2. 把兩個合成一個 -> ok
  - 3. 用懶人標更新節點值 -> 爛了！

```
long long ont = lztag;  
lztag=0;  
return index +=ont;
```

```
void push(node *now){  
    if(now->l)now->l->k+=now->k;  
    if(now->r)now->r->k+=now->k;  
    now->k=0;  
}
```

# 愛蜜利雅的作業2

- 觀察：區間內最大公因數=差分後的最大公因數和第一項的最大公因數
- 維護差分數列以及差分後的最大公因數(線段樹)
- 複雜度 $O(N (\lg N + \lg C))$ ，AC

# 氣球博覽會 Subtask 1, 4

- 暴力枚舉
  - TLE 26分
  - 這個subtask沒拿到還是你的問題
  - 覺得4過了很神奇？我也覺得，但它常數真的爆小

# 氣球博覽會 Subtask 3

- 對每一個顏色開一個線段樹
- 節點存的是這段區間內
  - 最前面有幾個不是這個顏色
  - 最後面有幾個不是這個顏色
  - 整個區間最長不是這個顏色的區間長度
- 時間 $O(CN + Q \lg N)$ ，空間 $O(CN)$ 
  - MLE 23分
  - 跟暴力解合併就有49分了

# 氣球博覽會

- C++11小技巧：要一次 `max` 一大堆東西怎麼辦？
- `max({a, b, c, d, ...});`
- 這個東西叫做 `initializer_list`



# 氣球博覽會

- 空間爆了
- 動態開點！
- 顏色離散化or map從顏色對應到線段樹
- $O((N + Q) \lg N)$ 
  - AC

# 烏龜疊疊樂

- 請容許我偷懶。
- <http://cbdcoding.blogspot.tw/2015/03/tioj-1676.html>
- CBD的解釋非常詳細，大家應該都去看看。  
(話說斜率優化是他教我的)(?)

# 我要成為海賊王 Subtask 1

- 每次詢問的時候直接找這個點跟100個船員的距離
  - 找兩點距離可以先找LCA，再把兩個點到LCA的距離相加即可
  - 複雜度 $O(100Q \lg N)$
- 另解：利用樹DP可以用 $O(N)$ 的時間求出所有人到船員們的距離。因為只有100次更新，所以複雜度 $O(100N+Q)$
- 這個另解可以順便解掉Subtask 2

# 我要成為海賊王 Subtask 3

- 前面兩個解法其中一個在更新少的時候有效率，另一個在更新多的時候有效率，可考慮使用平方分割
- 更新數在 $<k$ 時使用LCA，更新數超過 $k$ 時重新計算所有點的答案。複雜度 $O(kQ \lg N + (Q/k)N)$ ， $k$ 取 $\sqrt{N/\lg N}$ 時複雜度最好，為 $O(Q\sqrt{N} \lg N)$ 。大約在1000左右時最好。

# 我要成為海賊王

- 動態樹分治(點分治)
- 先實行重心剖分，建立好重心樹的關係。  
每個子樹都維護
  - 其重心到他祖先的距離
  - 這子樹中有船員的點的個數
  - 這子樹的重心到這子樹中有船員的點的總距離
  - 這子樹的重心到小子樹們中有船員的點的總距離

# 我要成為海賊王

- 更新：假設丟了一個船員在 $x$ 
  - 在重心樹中，從 $x$ 開始往上走。假設走到了 $P$ ，隨時維護好 $\text{dist}(x,P)$ 。這個可以由重心樹的邊權以及確立好「 $x$ 在 $P$ 所在的子樹的子樹是不是跟 $P$ 的祖先同一個」這個問題決定。
  - $P$ 的子樹中有船員的點的個數++
  - $P$ 到他的子樹中有船員的點的總距離只要加 $\text{dist}(x,P)$ 即可。
  - $P$ 到小子樹們中有船員的點的總距離只有 $x$ 的來源的那棵子樹要加 $\text{dist}(x,P)$

# 我要成為海賊王

- 查詢：假設要查 $x$ 的答案。假設走到 $P$ ，目標是維護好「 $x$ 到 $P$ 的子樹中有船員的點的總距離」這個值。假設 $P$ 的子樹被 $P$ 分成 $T_1, T_2, \dots, T_r$ 這些小子樹而且 $x$ 在 $T_1$ 中。
- 答案只需要把 $x$ 在 $T_1$ 中的答案再加上「 $x$ 到 $T_2, \dots, T_r$ 中有船員的點的總距離」即可。分成兩段： $x$ 走到 $P$ 和 $P$ 走到他們。

# 我要成為海賊王

- $x$  走到  $P = t * \text{dist}(x, P)$ ，這裡  $t$  是  $T_2$  到  $T_r$  中有船員的點的個數(含  $P$ )。這個由  $P$  的個數扣掉  $T_1$  的個數即可得到。  $\text{dist}(x, P)$  仿剛剛維護即可
- $P$  走到他們的答案就是  $P$  走到  $T_1 \sim T_r$  的距離和扣掉  $P$  走到  $T_1$  所有點的距離和。這兩個都維護好了。



# 我要成為海賊王

- 雖然看起來很複雜，不過在每一次其實都只做了 $O(1)$ 的事。最多只有 $O(\lg N)$ 層，所以更新詢問的複雜度只有 $O(Q \lg N)$
- 預處理時 $T(N) = 2T(N/2) + O(N)$ ，  
 $T(N) = O(N \lg N)$
- 總複雜度 $O((N+Q) \lg N)$ ，不過常數很大

# 我要成為海賊王

- 本題coding複雜度極高，想挑戰自我的可以嘗試看看。
- CBD也有這題的題解。題目名稱叫P game
- <http://cbdcoding.blogspot.tw/2015/07/toi-2015-4-p-game.html>

# 大提醒(?)

// 學姊這是你逼我的(?)

- 記得搞清楚題目和自己在寫的東西分別是 0base 還是 1base
- 不要線段樹中毒

# 送分整理

- pA 24分 裸sparse
- pB 8分 暴力
- pC 30分 裸線段樹
- pD 26分 暴力
- pE 40分 DP
- pF 26分 暴力
- 部分分一定要拿啊