

建中校內第一次模擬賽題解

排版陽春請見諒

hansonyu123

進階的入門 Subtask 1

- 每次都sort一遍，複雜度 $O(n^2 \lg n)$
 - TLE 10分
 - 這個subtask沒拿到一定是你的問題==

進階的入門 Subtask 2

- 直接開個map，代表一個數 i 目前有幾個
 - TLE 15分

進階的入門 Subtask 3

- 直接開一個multiset。第一個和最後一個分別是*begin()跟*rbegin()
 - TLE 53分
 - 老實說前三個subtask都是來送分的

進階的入門 Subtask 4

- Multiset的問題：常數過大
- 常數小，可以處理「最大最小」：
priority_queue
- 開兩個priority_queue，一個處理最大，另一個處理最小
- 如果top是已經被另一個priority_queue pop過的元素，記得pop掉(用bitset/vector<bool>記錄)
 - AC 100分

握手症候群 Subtask 1

- 用1次nth-element
 - 複雜度 $O(n)$
 - TLE/WA 13分

握手症候群 Subtask 2

- 直接sort
 - 複雜度 $O(n \lg n)$
 - WA 25分
 - 這個subtask不拿分也是欠揍XD

握手症候群 Subtask 3

- Subtask 1中，每次nth_element都會把比他小的放一邊比他大的放另一邊
- 不用每次nth_element都對整個陣列開
- 將d砍半，用一次nth_element之後左邊的做左邊的，右邊的做右邊的
- 複雜度 $O(n \lg d)$
 - AC 100分

俄羅斯娃娃-續 Subtask 1

- 直接暴搜所有可能的矩形
 - 複雜度 $O(n^4)$
 - TLE 50分
 - 這50分沒拿到就是雷包

俄羅斯娃娃—續 Subtask 2

- 枚舉矩形的上下邊界，有 $O(n^2)$ 種
- 對於每個上下邊界，把同一排的數字相加，問題轉化為最大子陣列和問題，複雜度 $O(n)$
- 總複雜度 $O(n^3)$
 - AC 100分

填方格遊戲 Subtask 1

- 直接暴搜所有圈格子的順序
 - 複雜度 $O(n!)$
 - TLE/MLE 13分
 - 這個subtask不拿我也是醉了

填方格遊戲 Subtask 2

- 如果你圈了某個格子，那麼他左邊跟他右邊就被隔成了兩個世界了，可以考慮使用 DP
- 狀態數 $O(n^2)$ (頭尾都有 n 種可能)，轉移複雜度 $O(n)$ (第一個圈的數字可以是中間任何一個方格)，總複雜度 $O(n^3)$
- WA/TLE 38分

填方格遊戲 Subtask 3

- 每次都圈最大的數字(greedy)
- 證明還滿複雜的，略
- 但是實作很簡單，試一下就知道會AC
- 時間複雜度 $O(n \lg n)$ ，100分
- 用greedy的法則就可以發現對於每一條邊，對分數有貢獻的都是比較大的那端有貢獻，所以實際上可以 $O(n)$ 做完

希爾伯特的房客 Subtask 1

- 先依 P_i 大小排序。如果某個人沒有分過鬆餅，那麼鬆餅比他小的人分鬆餅就沒意義了
- 所以頂多只會有前 $k(\leq 25)$ 個人分鬆餅(或者他們分的人再分)，暴搜的複雜度看起來還Ok
- 只需要快速地知道只有一個人有 P_i 個鬆餅，共能分 t 次鬆餅時最快要多久才能吃完
- 這個不難算，複雜度 $\log t$
- 細心的計算告訴我們總複雜度是 $O(2^B \log B)$
- TLE 13分

希爾伯特的房客 Subtask 2

- 如果 $P_i > P_j$ 而且第 i 個人(還有他分給的人共)分 a 次鬆餅，那麼第 j 個人分 a 次以上就沒意義了。所以只需暴搜 P_j 分 0 到 a 次的狀況
- 複雜度 $O(f(B) \log t)$ ，其中 $f(B)$ 是 B 的「整數分割數」。這個個數有點難估計，不過當 B 是 75 的時候大約是 10^7
- TLE 25分

希爾伯特的房客 Subtask 3

- 對答案二分搜
- 對每個T，都需要快速判斷能否吃完
- 對於每個人，計算要在時間T以內吃完至少需要分幾次
 - 這一步需要再對答案二分搜一次(因為你可以判斷分k次的時候能不能在T內吃完)
- 加起來超過B就是失敗
- 時間複雜度 $O(n \lg P \lg B \lg(\min(P, B)))$ ← 常數超小
- AC 100分

希爾伯特的房客 Subtask 3

- 對一個人固定鬆餅數 求 分的次數 的規律
- 可以有 $O(n \lg P \lg \lg P)$

肺噬數列—續 Subtask 1

- 直接把值算出來，用輾轉相除法求gcd
- 其它subtask中會因溢位而無法求出確切值，WA 3分
- 這3分不拿白不拿

肺噬數列—續 Subtask 2

- 為了算出精確值，寫出大數運算
- 雖然很難寫，你只會拿到TLE 15分

肺噬數列—續 Subtask 3

- 可以證明 $\gcd(F_i, F_j) = F(\gcd(i+1, j+1)-1)$
 - 也就是說如果 $f_0=0, f_1=1, f_n=f(n-1)+f(n-2)$ ，那麼 $\gcd(f_i, f_j)=f(\gcd(i, j))$
 - 請自行證明
- 算出 $\gcd(i+1, j+1)$ 後用DP求 $F(\gcd(i+1, j+1)-1)$ ，複雜度 $O(j)$
 - TLE 52分

肺噬數列—續 Subtask 4

- 快速求遞迴數列的某一項：快速冪
- 考慮矩陣

$$\begin{matrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{matrix}$$

$n+1$ 次方之後左上角那項就是 f_n (請自行證明)

$n+1$ 次方的算法就是快速冪，複雜度 $O(\lg n)$

因此總複雜度 $O(\lg i)$ ，AC!!