

臺北市立建國中學 105 學年度高級中學資訊學科能力競賽模擬賽

程式設計試題

准考證號碼： _____
姓名： _____
USB 號碼： _____
評分主機帳號： _____

下表供自行記錄評分結果

題目 評分	競技場 Arena	直線線段 相交問題 Intersection	對稱之山 Mountain	土撥鼠 Groundhog	突變史萊姆 Slime
時間 限制	3 秒	3 秒	5 秒	3 秒	3 秒
一					
二					
三					
四					
五					
每題 得分					

總分 _____ / 500

臺北市立建國中學 105 學年度高級中學資訊學科能力競賽模擬賽

注意事項

1. 本競賽採電腦線上自動評分，程式必須依規定上傳至評分主機。請嚴格遵守每一題目所規定之格式。若未遵守，該題將以 0 分計算。
2. 本模擬賽採取全面回饋機制，程式上傳至評分主機後，將自動編譯並進行測試。視等待評分題數多寡，該題測試結果及該題得分數將可於短時間內得知。程式可重複上傳及評分，但同一題兩次上傳之間必須間隔二分鐘以上。每題最終分數以該題所有單次評分結果之最高分計算。
3. 程式執行時，每組測試資料執行時間個別計時（以評分主機執行時間為準）。執行時間限制如封面頁所示。程式執行超過執行時間視同未完成，該組測試資料得分將以 0 分計算。每題可使用記憶體空間，除非題目另有規定，以 512MB 為限。
4. 本次競賽程式送審時須上傳原始程式碼，輸出入皆以標準輸入、標準輸出進行。注意：所有讀寫都在執行檔的工作目錄下進行，請勿自行增修輸出入檔的檔名或路徑，若因此造成評分程式無法評分，該次評分結果將以 0 分計算。
5. 本競賽每一題皆有不同難易度的測試資料，詳細配分及限制條件請詳各題題目說明。
6. 本競賽題目無需使用超長整數 (long long) 變數，請勿使用 long long 宣告變數。若因為使用該資料型態造成程式編譯或執行錯誤，導致評分程式無法正確評分，該次評分結果將以 0 分計算。
7. 請用主辦單位分配的隨身碟備份原始程式碼，若因任何原因而需更換電腦時，僅能將隨身碟內程式複製至新電腦，或下載已上傳至評分主機的程式碼。

競技場 (Arena)

問題描述

在遙遠的天龍國，有一場格鬥競技賽正如火如荼地進行中。然而時間剩不多了，尚未被淘汰的參賽者卻還很多。為了加快比賽的進行，主辦方決定使用以下的形式進行接下來的比賽。

一開始，先讓 N 名選手站在台上排成一列。接著，主辦方會決定界於某兩名選手之間的界線，並讓左右兩邊的選手對打，使得對於任何一個在左邊的選手 A 以及在右邊的選手 B ， A 跟 B 都恰交手過一次。對打結束後，由主辦方決定要淘汰掉左邊還是右邊的所有選手，再讓所有未被淘汰的選手站回原位，繼續此流程，直至冠軍產生。如此一來，可以有多場比賽同時進行，便可加快比賽流程。

然而加快比賽流程便意味著比賽的「精彩度」下降。為了彌補這個缺失，主辦方決定最大化比賽精彩度的總和。對於兩個人 A, B ，若他們的實力值分別是 a, b ，那麼他們兩個對決的精彩度便是 $a \times b$ ，也就是兩人實力值之積。

請你寫一個程式，計算所有比賽的精彩度總和最大可以是多少。

輸入格式

第一行包含一個正整數 N ，代表選手個數。第二行包含 N 個整數 a_1, a_2, \dots, a_N ，代表從左至右選手的實力值大小。

輸出格式

請輸出一行包含一個整數，代表精彩度總和的最大值。

輸入範例	輸出範例
4 1 -2 3 5	11

評分說明

本題共有五組測試資料。

第一組測試資料 $N \leq 1000$ ， $a_i = 1$ ，共 10 分。

第二組測試資料 $N \leq 1000$ ， $0 \leq a_i \leq 30$ ，共 10 分。

第三組測試資料 $N \leq 10$ ， $|a_i| \leq 30$ ，共 10 分。

第四組測試資料 $N \leq 100$ ， $|a_i| \leq 30$ ，共 20 分。

第五組測試資料 $N \leq 1000$ ， $|a_i| \leq 30$ ，共 50 分。

直線線段相交問題 (Intersection)

問題描述

在直角坐標平面上有 N 個相異格子點 $A_1 = (x_1, y_1), A_2 = (x_2, y_2), \dots, A_N = (x_N, y_N)$ 。

請你寫一個程式，計算有多少組正整數四元組 (a, b, c, d) 滿足 $a, b, c, d \leq N; a < b; c < d$ 且直線線段對 $\overleftrightarrow{A_a A_b}, \overleftrightarrow{A_c A_d}$ 恰交於一個 $\overleftrightarrow{A_c A_d}$ 的內點。(一個線段的內點即是在線段內但不是端點的點。)

輸入格式

第一行有一個正整數 N ，代表點數。接下來 N 行中，每一行都有兩個整數 x_i, y_i ，代表 $A_i = (x_i, y_i)$ 。

輸出格式

請輸出一行包含一個整數，代表滿足題意的正整數四元組個數。

輸入範例 1 5 0 0 1 1 -1 -1 -1 2 2 1	輸出範例 1 11
輸入範例 2 6 0 0 0 1 1 0 1 1 2 2 -2 2	輸出範例 2 33

評分說明

本題共有三組測試資料。

第一組測試資料 $N \leq 10$ ， $|X_i|, |Y_i| \leq 10000$ ，共 10 分。

第二組測試資料 $N \leq 100$ ， $|X_i|, |Y_i| \leq 10000$ ，共 30 分。

第三組測試資料 $N \leq 350$ ， $|X_i|, |Y_i| \leq 10000$ ，共 60 分。

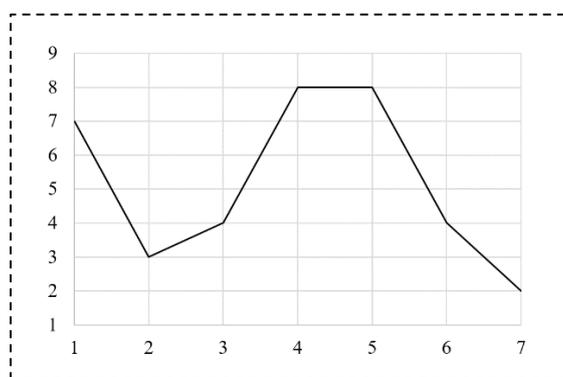
對稱之山 (Mountain)

問題描述

威爾森·喬治 (Wilson George, 以下簡稱「喬治」) 喜歡觀察天然地形, 也對各種地形有深刻的了解。

喬治對「對稱」有特殊的喜好, 也因此他想要找出一個區域中哪裡有對稱的地形。但是三維的地形實在是太複雜了, 這問題一直困擾著他。有一天他靈機一動: 既然三維太複雜, 為甚麼不先縮減成兩維呢?

於是他開始新的觀測計畫。他從一個起點出發直線前進, 把起始點設為 0 公分, 之後每走一公分就測一次海拔高度 H_i , 單位是公分 (喬治是個追求精確的人)。測量完成之後, 他把地形圖畫出來, 由於不想要太麻煩, 他將相鄰的測量點之間都用直線連接。(例如, 若測量的結果是 7, 3, 4, 8, 8, 4, 2, 畫出來如圖一。)



圖一

他想要在這張圖上找到最長的左右對稱區域。可是他遇上了一個麻煩: 他測量太多點, 以至於畫出來的圖太長了。

請你寫一個程式, 幫助喬治找出這張圖上最長的左右對稱區域在原地形上有幾公分長。(如圖一中最長的對稱區域是 [3, 6], 故答案為 3 公分。)

輸入格式

第一行有一個正整數 N , 代表喬治測量了幾個海拔高度。第二行有 N 個整數 H_1, H_2, \dots, H_N , 代表每個測量點的海拔高度。

輸出格式

請輸出一行包含一個整數, 代表最長的左右對稱區域在原地形上的公分數。

輸入範例 1 7 7 3 4 8 8 4 2	輸出範例 1 3
輸入範例 2 6 1 2 3 4 5 4	輸出範例 2 2

評分說明

本題共有四組測試資料。

第一組測試資料 $N \leq 1000$ ， $|H_i| \leq 30$ ，共 20 分。

第二組測試資料 $N \leq 10000$ ， $|H_i| \leq 300$ ，共 20 分。

第三組測試資料 $N \leq 100000$ ， $|H_i| \leq 3000$ ，共 30 分。

第四組測試資料 $N \leq 10000000$ ， $|H_i| \leq 30000$ ，共 30 分。

土撥鼠 (Groundhog)

問題描述

土撥鼠 (Groundhog) 是一種屬於齧齒目松鼠科的動物。其前爪十分有力，擅長挖洞。

某日，天龍國的科學家偶然觀察到，當地的土撥鼠似乎具比其他地區的土撥鼠擁有更高层次的智慧。經過一系列的研究之後，發現當地的土撥鼠懂得挖出適合自己居住的巢穴，並能在地底下挖出錯綜複雜的地道，大小足以供土撥鼠雙向通行。牠們也擁有極精確的定向能力，能夠從一個巢穴精準地挖地道到另一個巢穴，且不會和現有的地道有任何衝突。

這群科學家馬上意識到這是一個非同小可的發現。為了做更進一步的研究，他們選定了一塊適合土撥鼠居住的土地，先挖好 N 個人工巢穴，編號為 0 到 $N-1$ ，再將一些土撥鼠放到這些巢穴裡面。剛開始沒有任何地道，但可以預期的是，土撥鼠會開始在巢穴之間挖出地洞（不會挖出新巢穴，因為數量足夠）。

但是科學家們遇到了兩個大問題。第一，他們挖的人工巢穴太多，以至於當土撥鼠挖出大量地道時，沒有辦法監視土撥鼠的動向；第二，由於土撥鼠剛到新的環境，挖出的地道品質會下降，而時常有地道崩塌的情形發生。

於是，他們決定不監視所有的土撥鼠，而是挑選部分的土撥鼠巢穴，並只觀察這些巢穴中土撥鼠的動向。但如果監視過程中常有土撥鼠進出監視範圍，會導致許多麻煩。因此，科學家們希望任何挑選的巢穴都不能存在通往沒挑選到的巢穴的地道，或用他們的術語，稱為一個「好的監視方法」。

為了應付各種狀況，他們希望能隨時詢問監視某些巢穴是不是一個好的監視方法。當然，科學家們會密切監視每個新挖出來的地道和崩塌的地道。

要注意的是，土撥鼠可能會在同兩個巢穴之間挖出很多條地道。

請你寫一個程式，幫助科學家們回答這些詢問。

輸入格式

輸入的第一行有兩個正整數 N, M ，分別代表人工巢穴數量和事件總量（包含挖出地道、地道崩塌與科學家的詢問）。接下來的 M 行，每行代表一個事件。每一行的第一個數，如果是 0 ，接著有兩個整數 a, b ($0 \leq a, b < N$)，代表土撥鼠挖出了一條編號 a, b 巢穴之間的地道；如果是 1 ，接著有兩個整數 c, d ($0 \leq c, d < N$)，代表其中一條編號 a, b 巢穴之間的地道崩塌；如果是 2 ，接著有一個整數 K ($K < N$)，再接著有 K 個整數 A_1, A_2, \dots, A_K ，代表科學家詢問若監視這 K 個巢穴是不是一個好的監視方法。

輸出格式

對於每個詢問，如果是一個好的監視方法，請輸出一行 1 ，否則輸出一行 0 。

輸入範例	輸出範例
6 10	1
0 2 4	1
0 2 4	0
1 2 4	1
2 1 1	
2 2 2 4	
0 0 1	
2 3 2 1 0	
2 5 2 4 1 0 3	

評分說明

本題共有四組測試資料。以下以 S 代表所有詢問中 K 的總和。

第一組測試資料 $N \leq 100$ ， $M, S \leq 100$ ，共 10 分。

第二組測試資料 $N \leq 1000$ ， $M, S \leq 10000$ ，共 20 分。

第三組測試資料 $N \leq 100000$ ， $M, S \leq 1000000$ ，且地道不會崩塌，共 20 分。

第四組測試資料 $N \leq 100000$ ， $M, S \leq 1000000$ ，共 50 分。

突變史萊姆 (Slime)

問題描述

在某知名線上遊戲中，有個魔物名叫「史萊姆」(Slime)。這個魔物可能原本很弱，但在交戰的過程中發生突變而變強；也有可能本來很強，但經過一番苦戰後突變成超弱的史萊姆，於是掉落的物品與苦戰所花的心血完全不成比例。這些都在遊戲管理員的掌控之中。

事實上，遊戲管理員手上有個道具叫「史萊姆雷射光」。對於某個強度為一正整數 M 的史萊姆，遊戲管理員可以把史萊姆雷射照射在它身上，使它突變，並且強度會加上或扣去 D ，其中 D 是 M 的任意一個正因數。然而過程中，史萊姆的強度不能低於1（否則就會直接變成戰利物品掉落），也不能超過一個上限 N （否則會過於強大而不能被擊敗）。

現在有 Q 個玩家分別和 Q 隻史萊姆相遇。遊戲管理員已經規劃好讓第 i 個玩家看到一隻強度為 a_i 的史萊姆，且最終被擊敗之際讓他變成強度為 b_i 的史萊姆。然而遊戲管理員還希望讓玩家感受到的驚喜感最大，也就是說要最大化史萊姆每次突變的強度變化中的最小值（換言之，遊戲管理員對這隻史萊姆所操作的 D 的最小值要愈大愈好）。

對於這 Q 隻史萊姆，請你計算它每次突變的強度變化中的最小值最大可以是多少。

輸入格式

第一行有兩個正整數 N, Q ，分別代表史萊姆的強度上限以及資料對個數。

接下來的 Q 行中，每行都含有兩個相異正整數 a_i, b_i ($1 \leq a_i, b_i \leq N$)，分別代表第 i 個玩家遇到的史萊姆的初始強度和被擊敗前的強度。

輸出格式

對於每一個玩家，輸出一行包含一個整數，代表史萊姆每次突變的強度變化中的最小值最大可以是多少。

輸入範例 1 5 3 1 5 4 2	輸出範例 1 1 2
輸入範例 2 6 4 3 4 4 5 5 6	輸出範例 2 2 1 1

評分說明

本題共有五組測試資料。

第一組測試資料 $N, Q \leq 10$ ，共 10 分。

第二組測試資料 $N, Q \leq 100$ ，共 10 分。

第三組測試資料 $N, Q \leq 1000$ ，共 10 分。

第四組測試資料 $N, Q \leq 10000$ ，共 35 分。

第五組測試資料 $N, Q \leq 100000$ ，共 35 分。